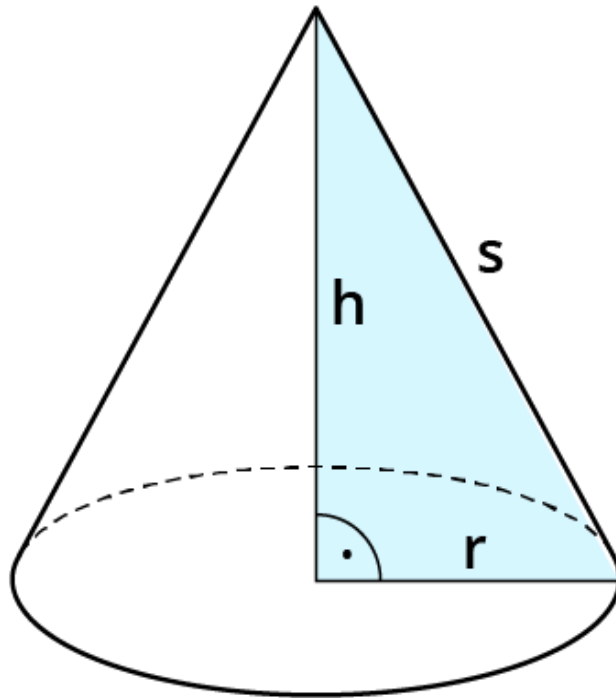




Und das läuft heute:

- Kontrolle Eurer Lösungen zu den Kopfrechenaufgaben.
- Kontrolle Eurer Lösungen zu Nr. 14, 15, 16 (a), 18 und 20.
- Pyramiden und Kegel

Bitte einmal vergleichen...

10 - Minuten - Rechnen				1
$110 + 90 = \underline{200}$	$260 + 20 = \underline{280}$	$140 + 10 = \underline{150}$	$460 + 10 = \underline{470}$	
$880 - 50 = \underline{830}$	$640 - 40 = \underline{600}$	$750 - 30 = \underline{720}$	$470 - 20 = \underline{450}$	
$950 + 40 = \underline{990}$	$360 - 20 = \underline{340}$	$670 - 40 = \underline{630}$	$690 + 10 = \underline{700}$	
$990 - 80 = \underline{910}$	$380 + 10 = \underline{390}$	$730 + 50 = \underline{780}$	$950 - 20 = \underline{930}$	
$480 + 20 = \underline{500}$	$980 - 10 = \underline{970}$	$270 + 10 = \underline{280}$	$830 - 30 = \underline{800}$	
$930 + 30 = \underline{960}$	$210 + 40 = \underline{250}$	$780 - 50 = \underline{730}$	$270 + 20 = \underline{290}$	
$620 - 20 = \underline{600}$	$310 + 40 = \underline{350}$	$670 + 30 = \underline{700}$	$140 + 20 = \underline{160}$	
$640 - 20 = \underline{620}$	$540 - 20 = \underline{520}$	$820 + 20 = \underline{840}$	$350 - 50 = \underline{300}$	
$270 - 10 = \underline{260}$	$990 - 40 = \underline{950}$	$910 - 10 = \underline{900}$	$960 + 10 = \underline{970}$	
$410 + 50 = \underline{460}$	$230 - 20 = \underline{210}$	$920 - 20 = \underline{900}$	$430 + 60 = \underline{490}$	
$950 - 10 = \underline{940}$	$430 + 20 = \underline{450}$	$460 + 30 = \underline{490}$	$960 - 20 = \underline{940}$	
$450 - 40 = \underline{410}$	$790 + 10 = \underline{800}$	$260 + 30 = \underline{290}$	$370 - 70 = \underline{300}$	
Name: <u>Ralph</u> Datum: <u>19.03.2020</u> Zeit: <u>1 min 30 sec</u> Aufgaben <u>1/48</u>				

www.lernstuebchen-grundschule.blogspot.de

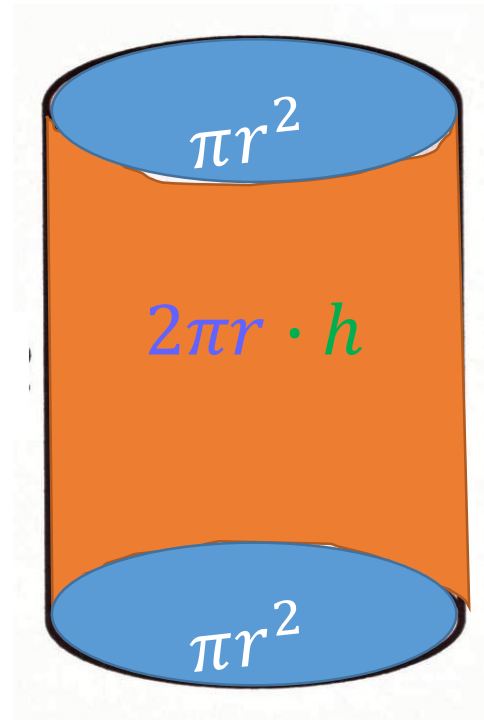
Nun gehen wir die Lösungen zu den Hausaufgaben durch:

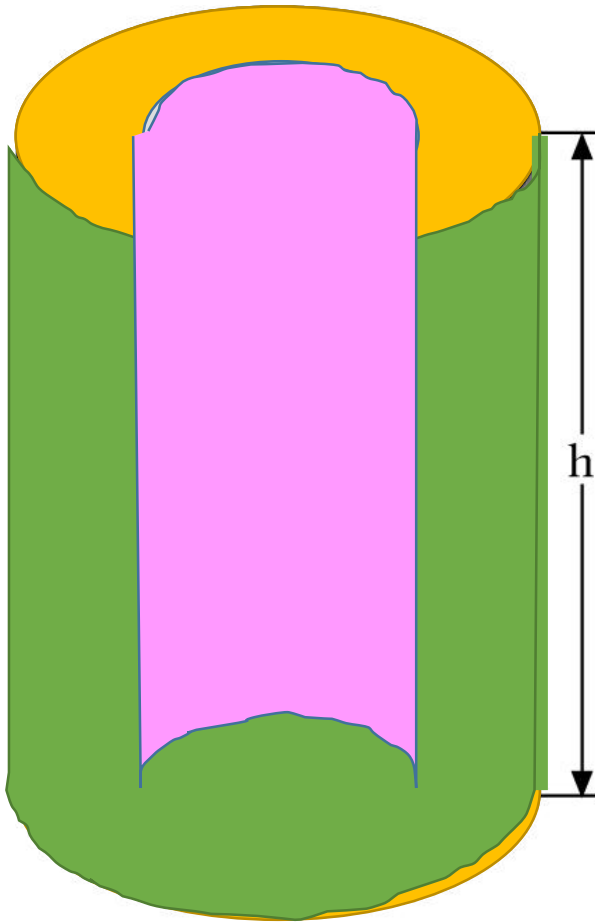
Nr. 14

Oberfläche eines Zylinders mit Radius r und Höhe h :

$$\begin{array}{ccc} O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 & + & 2\pi \cdot r \cdot h \\ \text{Boden und Deckel} & & \text{Mantelfläche} \end{array}$$

- Fläche des Rechtecks mit den Seitenlänge $a = 2\pi r$ und $b = r + h$:
- $A = a \cdot b = 2\pi r \cdot (r + h) = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi r \cdot h$
ausmultipliziert
- Also ist das wohl ziemlich gleich. 😊





Nr. 15

Erinnert Euch bitte an die Berechnung eines Ringes:

$A_{Ring} = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$. Der orangene Bereich ist der Ring...

Das Volumen ist dann die Fläche des Rings, die wiederum mit der Höhe h des Zylinders multipliziert wird. Also ist das Volumen: $\pi \cdot (r_1^2 - r_2^2) \cdot h$.

Die Oberfläche berechnet sich aus:

- Zweimal die Fläche des Ringes (oben und unten):

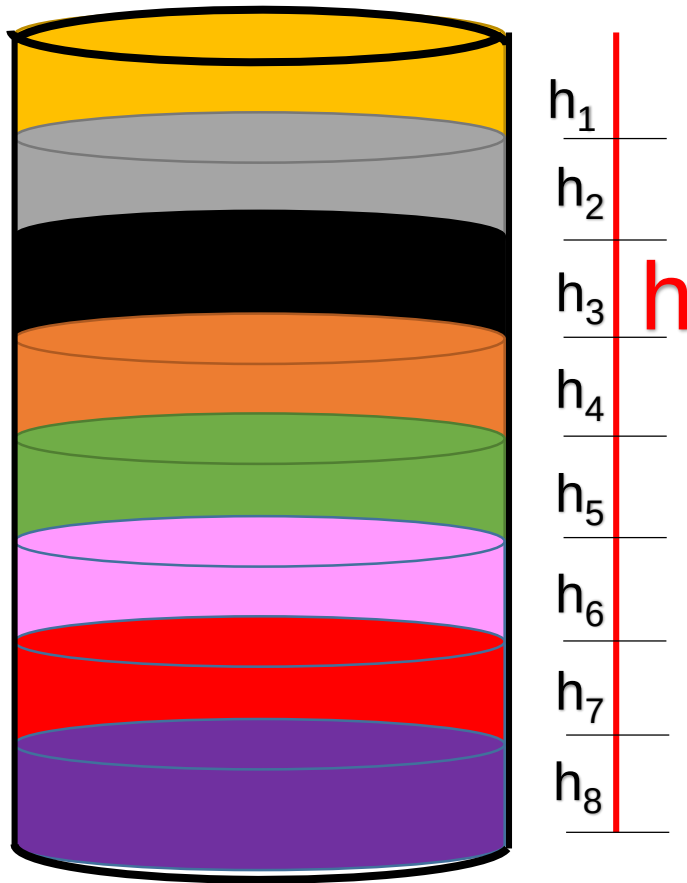
$$2 \cdot \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$$

- Mantelfläche außen: $2\pi \cdot r_1 \cdot h$
- Mantelfläche innen: $2\pi \cdot r_2 \cdot h$

Zusammen also:

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2) + 2\pi \cdot r_1 \cdot h + 2\pi \cdot r_2 \cdot h \\ &= 2 \cdot \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2) + 2\pi \cdot h \cdot (r_1 + r_2) \end{aligned}$$

Im Endeffekt ist jedes Rohr ein Hohlzylinder.



Nr. 16 (a)

Man kann den geraden Zylinder in ganz, ganz viele kleine Plättchen schneiden, für die alle immer gilt: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

Die Höhe h kann man zerlegen in viele kleine Abschnitte, zum Beispiel in 8: $h_1, h_2, h_3, \dots, h_8$, für die gilt: $h = h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_8$.

Dann gilt

$$V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h_1$$

$$V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h_2$$

$$V_3 = \pi \cdot r^2 \cdot h_3$$

...

$$V_8 = \pi \cdot r^2 \cdot h_8$$

Da $V_{\text{Zylinder}} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_8$, gilt dann also:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 + \pi \cdot r^2 \cdot h_2 + \pi \cdot r^2 \cdot h_3 + \dots + \pi \cdot r^2 \cdot h_8$$

Jetzt klammern wir $\pi \cdot r^2$ aus und bekommen:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_8)$$

Da $h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_8 = h$, ist dann auch beim schrägen Zylinder $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

Das kann man jetzt für unzählige „Plättchen“ machen. q.e.d.

Nr. 18

$$(a) V_{\text{große Dose}} = \pi \cdot 4,9^2 \cdot 11,3 \approx 852,3549$$

$$V_{\text{kleine Dose}} = \pi \cdot 3,6^2 \cdot 10,5 \approx 427,5079$$

Das kommt dann wohl in etwa hin.

$$(b) O_{\text{große Dose}} = \pi \cdot 4,9^2 \cdot 2 + 2 \cdot \pi \cdot 4,9 \cdot 11,3 \approx 498,7592$$

$$O_{\text{kleine Dose}} = \pi \cdot 3,6^2 \cdot 2 + 2 \cdot \pi \cdot 3,6 \cdot 10,5 \approx 318,9345$$

Da wird die große Dose wohl wirtschaftlicher sein...

Verhältnis Durchmesser zu Höhe: $9,8:11,3 = 0,8673$ und $7,2:10,5 = 0,6857$.

(20) (a)

- Abmessungen der Litfaßsäule: Höhe der maximalen Werbefläche: 3,60 m; Durchmesser 1,20 m
- Maximale Werbefläche: etwa 13,5717 m²
- Das Rundumplakat bindet die gesamte Werbefläche. Es kostet pro Tag etwa 434,29 €, für sechs Wochen etwa 18.240,34 €.

(b) Die Riesenbleistift ist etwa 6 m hoch.

$$r_a = 12,73 \text{ cm} \quad r_i = 11,53 \text{ cm}$$

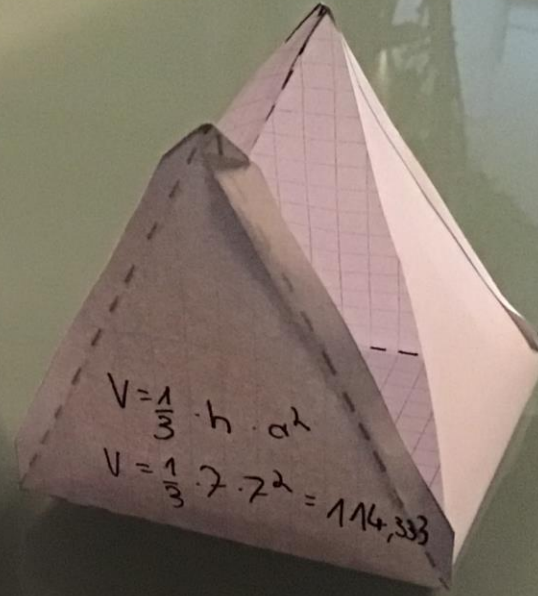
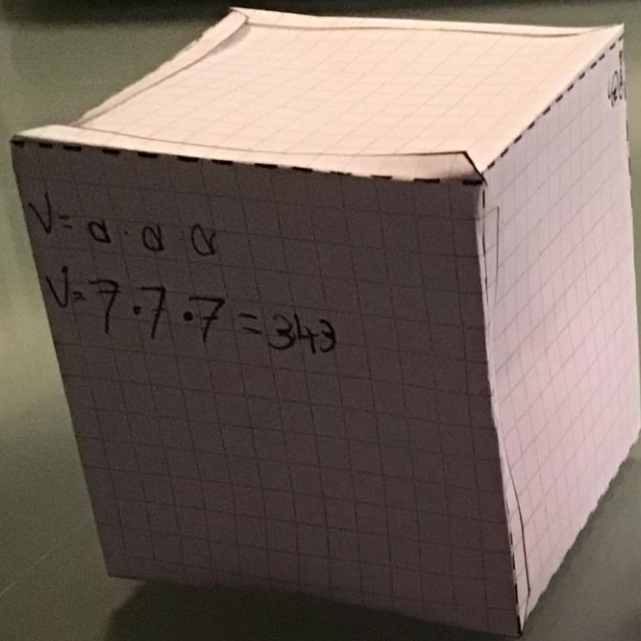
$$V = \pi \cdot 600 \cdot (12,73^2 - 11,53^2) \approx 54.900 \text{ cm}^3$$

Gewicht bei 7,86g/cm³: Etwa 431,5 kg

(c) Volumen eines Heuballen: $V = 1,357 \text{ m}^3$

Gewicht eines Heuballen $271,4 \text{ kg} < G < 407,2 \text{ kg}$

Der Wagen ist mit 14 Heuballen beladen, die Last beträgt 3,8 bis 5,7 t.



Ihr habt mir wunderbare Pyramiden geschickt und tatsächlich ist das Volumen einer Pyramide: $V = \frac{1}{3} G \cdot h$.
Wenn ich eine Pyramide mit den Grundseiten von je 7 cm und einer Höhe von 7 cm habe, so ist das Volumen demnach

$$V = \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 114, \bar{3} \text{ cm}^3.$$

Ein weiteres Beispiel:
Für die Chephren-Pyramide in Gizeh (das ist die mittlere, wenn Ihr Euch ein Bild von dort anschaut) gilt demnach bei Grundseitenlängen von 215 m und einer Höhe von 143,5 m (ursprünglich)?
 $V = \frac{1}{3} \cdot 215 \cdot 215 \cdot 143,5 = 2.211.095, \bar{3} \text{ m}^3.$

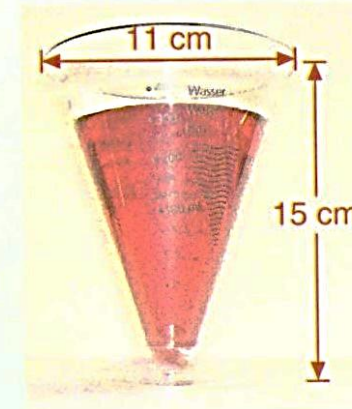
Dasselbe gilt übrigens auch für Kegel, also Pyramiden mit kreisrunder Grundfläche. Das macht Euch bitte an der Aufgabe 2 auf Seite 171 klar. Dazu darf man auch gerne nochmal die heimische Küche aufsuchen. Schönen Gruß an alle, die da sind und sich wundern, was Ihr da schon wieder macht. 😊

5.3 Pyramiden und Kegel

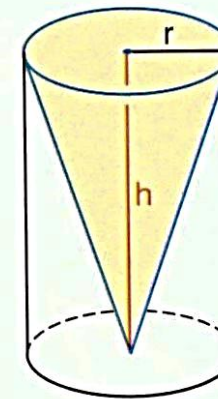
- 2** a) Messbecher im Haushalt sind oft kegelförmig. Welchen Vorteil hat dies gegenüber einem zylinderförmigen Messbecher?
- b) Schau dir die Skala bei dem nebenstehenden Messbecher an. Was ist anders als bei der Skala eines zylinderförmigen Messbechers? Woran liegt dieser Unterschied?
- c) Kai hat für verschiedene Wassermengen jeweils die Höhe und den Durchmesser des Wasserkegels im Messbecher gemessen:

Volumen [ml]	100	200	300	400	500
Höhe [cm]	9,6	12,1	13,8	15,2	16,4
Durchmesser [cm]	6,4	8,0	9,0	10,0	10,8

Vergleiche diese Volumina mit den Volumina der jeweils umbeschriebenen Zylinder mit gleicher Grundfläche und Höhe. Erkennst du einen Zusammenhang? (Beachte die Messungenauigkeiten.) Kannst du daraus eine Formel für das Volumen eines Kegels aufstellen?



Aufgaben



Führe die Messungen an einem eigenen Messbecher durch. Kommst du damit zu der gleichen Formel?

Wir fassen zusammen:

Das Volumen einer Pyramide und eines Kegels entspricht immer $V = \frac{1}{3} G \cdot h$.

- G ist bei der Pyramide einfach nur die rechteckige Grundfläche.
- G ist beim Kegel mit dem Radius r einfach nur $\pi \cdot r^2$.

Die Oberfläche eines Kegels ist $O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$, wobei s der Abstand von einem Punkt des Grundkreises bis zur Spitze ist.

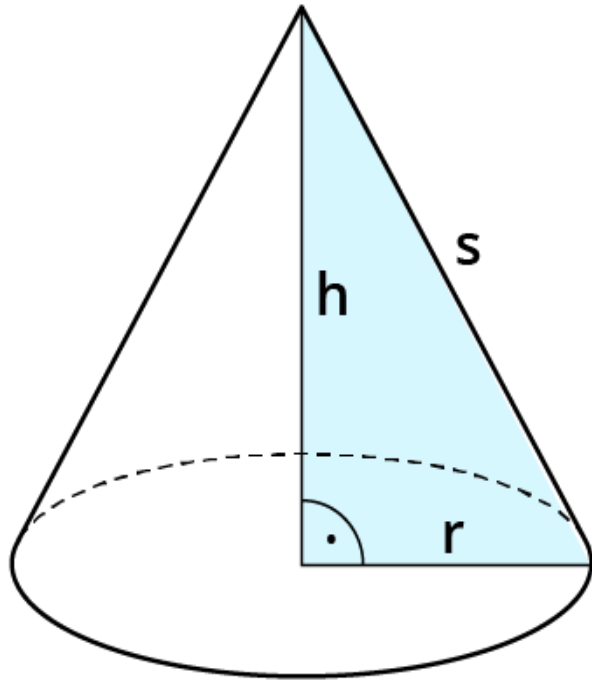
Beispiel:

Wenn ein Kegel $h = 4$ cm hoch ist, der Grundkreis einen Radius von $r = 3$ cm und der Abstand vom Kreis zur Spitze $s = 5$ cm ist, dann ist ...

Du sollst jetzt Oberfläche und Volumen ausrechnen, nicht einfach nur durchklicken! ☹

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 \approx 37,6991 \text{ cm}^3$$

$$O = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 5 \approx 75,3982 \text{ cm}^2$$



Das macht Ihr bitte bis Freitag:

- Auf Seite 173 die Aufgaben Nummer 6 und 7.
- Formeln für Volumen und Oberfläche von Prismen, Pyramiden und Kegeln lernen.

Am Freitag werde ich einen itslearning-Test freischalten, für den Ihr 45 Minuten Zeit habt. Das ist dann zwar keine richtige Mathe-Arbeit, aber doch ein Zeichen für mich, dass Ihr in den zwei Online-Wochen gut gearbeitet habt.

Bis dahin alles Gute – et abstinete viro coronae!