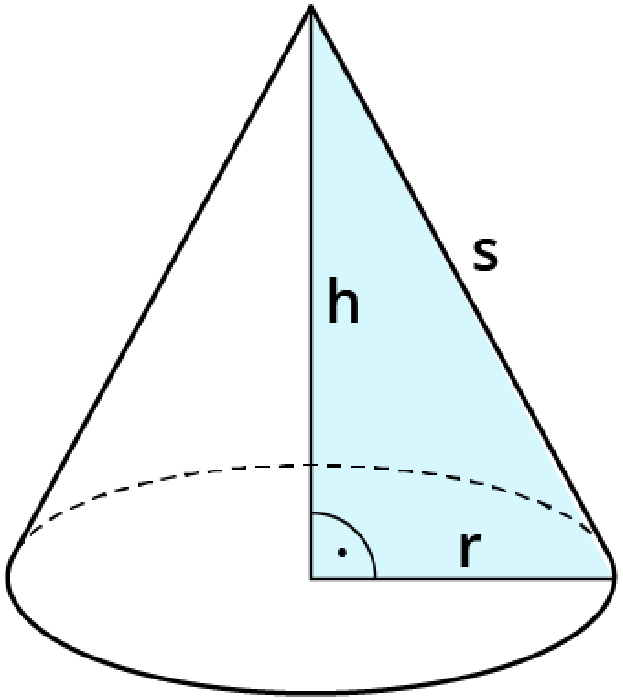


Und das läuft heute:

- Kontrolle Eurer Lösungen zu den Aufgaben auf Seite 173.
- Ein paar weitere Aufgaben zum Üben, denn
  - Für Freitag lade ich auch für Mathematik einen kleinen Test bei itslearning, bei dem einfach nur Aufgaben zu Kegeln, Prismen, Zylindern und Pyramiden vorkommen.
- Und es ist Mittwoch!

Also erstmal Kopfrechnen!

14 + 68 = ________	79 + 12 = ________
66 - 39 = ________	83 - 48 = ________
22 + 29 = ________	19 + 36 = ________
27 + 36 = ________	32 - 26 = ________
74 - 28 = ________	38 + 13 = ________
43 + 49 = ________	31 - 15 = ________
67 + 14 = ________	59 + 38 = ________
67 + 18 = ________	44 + 39 = ________
44 - 27 = ________	16 + 47 = ________
73 + 18 = ________	67 - 18 = ________
57 + 35 = ________	43 - 19 = ________
87 - 19 = ________	22 + 39 = ________
55 - 16 = ________	48 + 35 = ________
78 - 69 = ________	43 - 34 = ________
54 + 27 = ________	33 + 39 = ________
44 + 28 = ________	76 + 15 = ________
64 - 45 = ________	29 + 34 = ________
93 - 84 = ________	34 + 18 = ________
67 - 28 = ________	38 + 53 = ________
78 + 19 = ________	73 - 36 = ________

Kommen wir zu den Lösungen zur Seite 173!

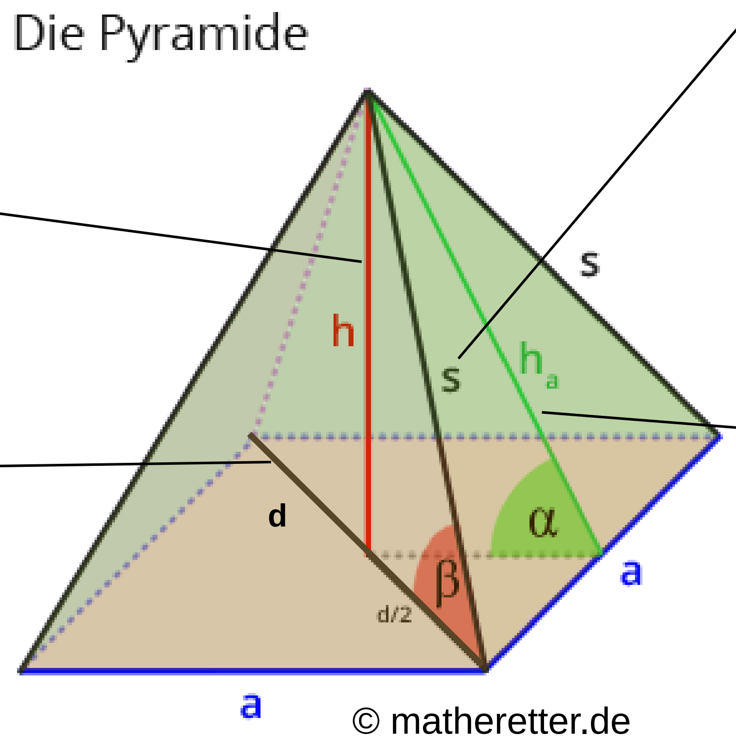
Erst einmal eine Übersicht, wie man die einzelnen Elemente berechnet.

Die Höhe h berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$h = \sqrt{{h_a}^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

Die Diagonale d berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$d = \sqrt{a^2 + a^2}$$



Die Seite s berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$s = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2}$$

Die Höhe h_a berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$h_a = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$$

Durch Umstellen dieser Formeln kann man dann auch a ausrechnen…

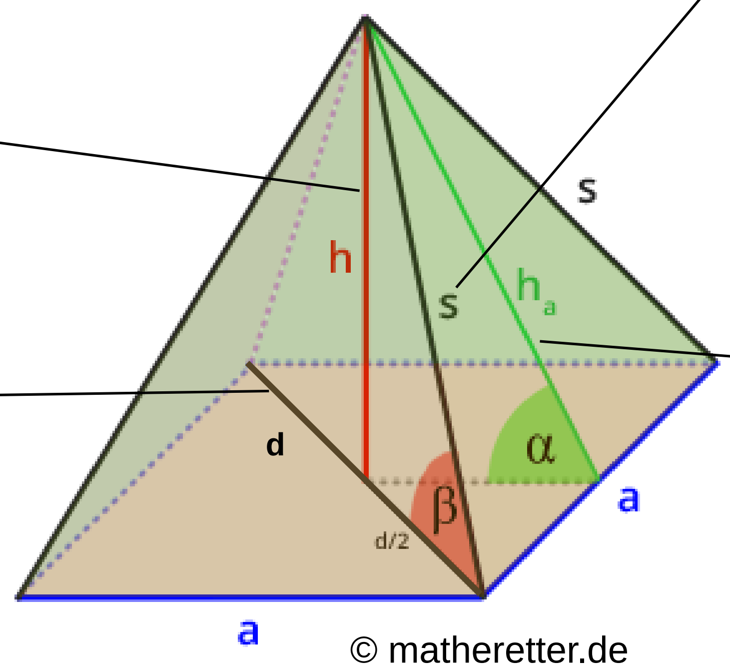
Die Pyramide

Die Höhe h berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$h = \sqrt{{h_a}^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

Die Diagonale d berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2}$$



© matheretter.de

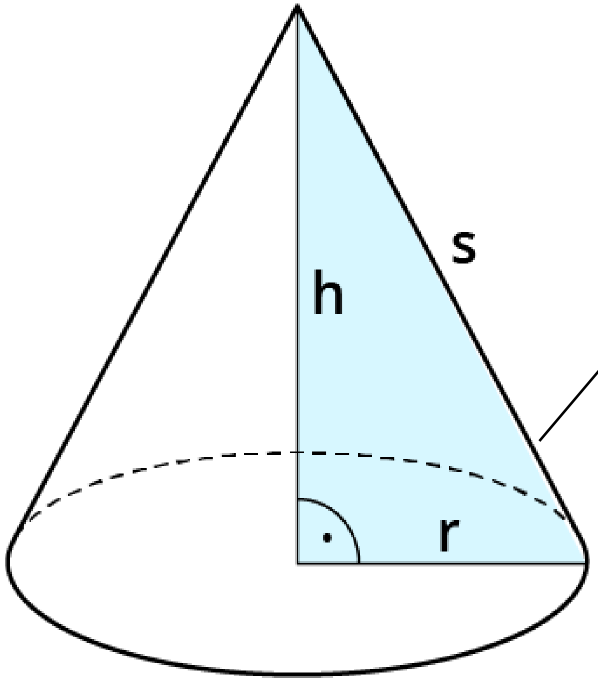
Die Seite s berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$s = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2}$$

Die Höhe h_a berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$h_a = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$$

Pyramide	(a)	(b)	(c)	(d)
a	***5 cm***	11,3137 cm	***3 cm***	***6 cm***
h	***6 cm***	***6 cm***	18,85 cm	9,05539 cm
s	6,96 cm	***10 cm***	18,969 cm	***10 cm***
V	50 cm³	256 cm³	***56,55 cm ³***	108,665 cm³
M	65 cm²	186,59 cm²	113,458 cm²	114,473 cm²
O	90 cm²	314,59 cm²	122,458 cm²	150,473 cm²
d (zur Info)	7,07107 cm	16 cm	4,24264 cm	8,48528 cm



Die Seite s berechnet man durch den Satz des Pythagoras:

$$s = \sqrt{r^2 + h^2}$$

Kegel	(a)	(b)	(c)	(d)
r	***3 cm***	***8 cm***	6,00007 cm	***4 cm***
h	***6 cm***	6 cm	***5 cm***	5,99994 cm
s	6,7082 cm	***10 cm***	7,81025 cm	7,21105 cm
V	56,5487 cm^2	402,124 cm^3	***188,5 cm^3***	***100,53 cm^3***
M	63,2233 cm^2	251,327 cm^2	147,221 cm^2	90,6168 cm^2
O	91,4976 cm^3	452,389 cm^2	260,696 cm^2	140,882 cm^2

Nummer 8

Pyramide:

Volumen	$\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4\cdot 4$	21.3333
Höhe der seitlichen Dreiecke	$\sqrt{2^2+4^2}$	4.47214
4 Seitenflächen (Mantel)	$\frac{4\cdot 1}{2}\cdot 4\cdot 4.4721359549996$	35.7771
Mantel und Boden, also Gesamtoberfläche	$35.777087639997+4\cdot 4$	51.7771

Kegel:

Volumen	$\frac{1}{3}\cdot \pi\cdot 2^2\cdot 4$	16.7552
Höhe s	$\sqrt{2^2+4^2}$	4.47214
Mantel	$\pi\cdot 2\cdot 4.4721359549996$	28.0993
Mantel und Boden, also Gesamtoberfläche	$28.099258924163+\pi\cdot 2^2$	40.6656

Nummer 9

$$Volumen\ des\ Kegels: V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$Volumen\ des\ Doppelkegels: V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \frac{h}{2} = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{2}{6} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Daraus sieht man, dass der Doppelkegel ein genausogroßes Volumen hat wie der Kegel.

$$Mantelfläche\ des\ Kegels: O = \pi \cdot r \cdot s_1$$

$$Mantelfläche\ des\ Doppelkegels: O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot s_2$$

Man weiß zwar, dass die Seite s_1 länger als s_2 ist, aber s_1 wird nicht doppelt so lang sein wie s_2. Daher wird $2 \cdot \pi \cdot r \cdot s_2$ größer sein als $\pi \cdot r \cdot s_1$.

Nummer 10

Ich weiß, ohne Taschenrechner, aber das schreibt sich schneller…

a

$$\text{solve}\left(18\cdot\sqrt{3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{x^2}{4}\cdot\sqrt{3}\cdot 6,x\right) \qquad x=-6 \text{ or } x=6$$

b

$$\text{solve}\left(21\cdot\pi=\frac{1}{3}\cdot 7\cdot\pi\cdot x^2,x\right) \qquad x=-3 \text{ or } x=3$$

c

$$\text{solve}\left(24\cdot\pi=\frac{1}{3}\cdot 4\cdot\pi\cdot x^2,x\right) \qquad x=-4.24264 \text{ or } x=4.24264$$

d

Höhe

$$\text{solve}\left(150=\frac{1}{3}\cdot\left(5\cdot\sqrt{2}\right)^2\cdot h,h\right) \qquad h=9$$

Diag-onale

$$\sqrt{100+100} \qquad 14.1421$$

halbe Diago-nale

$$\frac{14.142135623731}{2} \qquad 7.07107$$

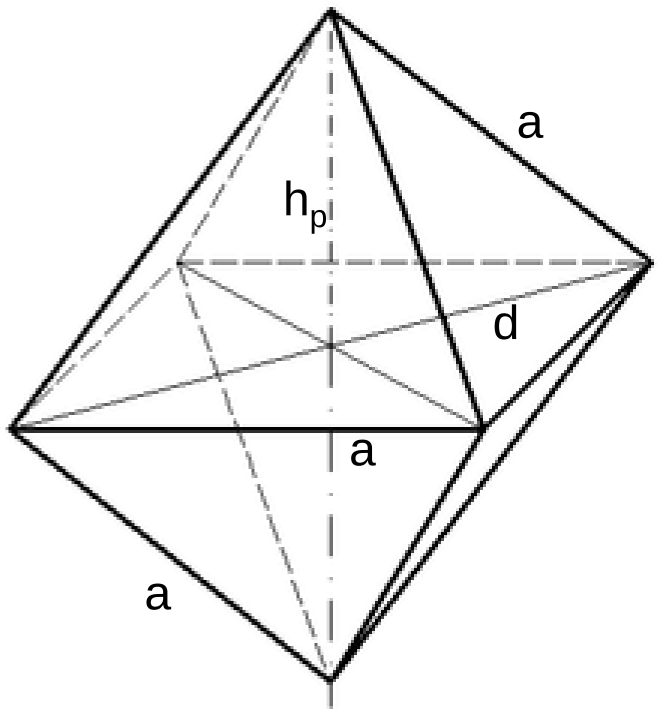
Pytha-goras

$$\sqrt{9^2-(7.0710678118655)^2} \qquad 5.56776$$

Nummer 11

Beim Oktaeder handelt es sich um einen Körper mit 12 gleich langen Kanten, der von 8 gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird. Er ist zusammen gesetzt aus zwei Pyramiden mit quadratischer Grundfläche mit der Kantenlänge a und der Höhe $h_p = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2}$.

Hä? „Ganz einfach!“



Die Diagonale d berechnet sich so: $d = \sqrt{a^2 + a^2}$.

Über Pythagoras gilt dann

$$h_p = \sqrt{a^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{a^2+a^2}}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2+a^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{1}{2}a^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}a^2} = a \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = a \cdot \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2}$$

Dann ist $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_p = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$.

Die Höhe eines Seitendreiecks ist $h_d = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ $(Formel\ für\ gleichseitige\ Dreiecke!)$

Und es ist $O = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_d = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2}\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cdot a^3$

Weitere Aufgaben

- Eine Aufgabe von:
  - Seite 174 Nr. 12, 13, 14.
- Seite 174 Nr. 16

- Wiederholt noch einmal alle Formeln, die wir im Abschnitt Volumina und Oberflächen von Prismen, Pyramiden, Zylindern und Kegeln hatten. Macht Euch dazu einen Spickzettel. Den könnt Ihr von mir aus auch am Freitag benutzen.

- Viel Erfolg!